Probabilità di eventi incompatibili e di eventi complementari

Daniela Valenti 2020



Un caso particolare di probabilità totale

Estraggo una carta da un mazzo di carte francesi

Come valuto la probabilità di estrarre una carta nera o di quadri?



Procedimento noto

A: estraggo carta nera

B: estraggo carta di quadri

$$P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

$$P(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

La figura ricorda che è impossibile estrarre una carta nera e di quadri.

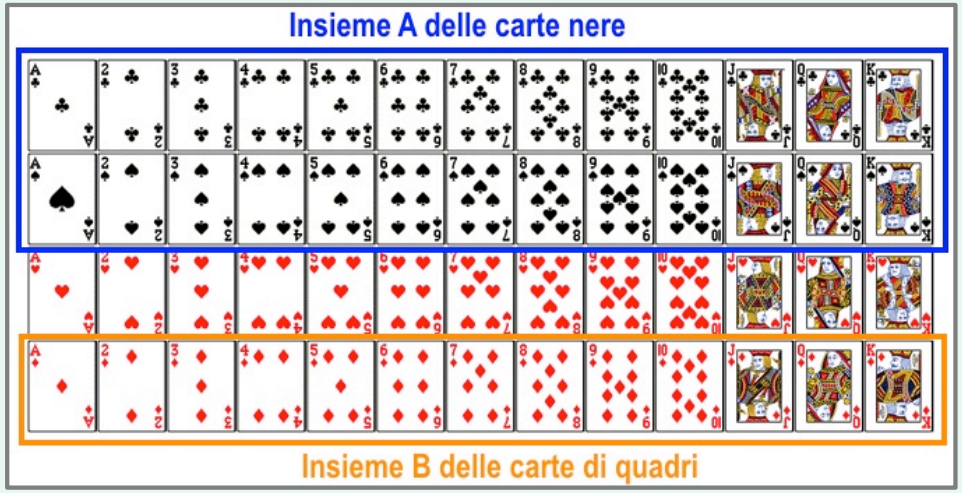
$$P(A \cap B) = 0$$

Concludo che la probabilità di estrarre una carta nera o di quadri è

$$P(A \cup B) = \frac{26}{52} + \frac{13}{52} = \frac{39}{52} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Daniela Valenti 2020

Eventi incompatibili e compatibili





A: ***estraggo una carta nera***
B: ***estraggo una carta di quadri***
Sono due eventi che non possono verificarsi contemporaneamente.
Sono INCOMPATIBILI

$$P(A \cap B) = 0$$

A: ***estraggo carta nera***
C: ***estraggo una figura***
Sono due eventi che possono verificarsi contemporaneamente.
Sono COMPATIBILI

$$P(A \cap B) \neq 0$$

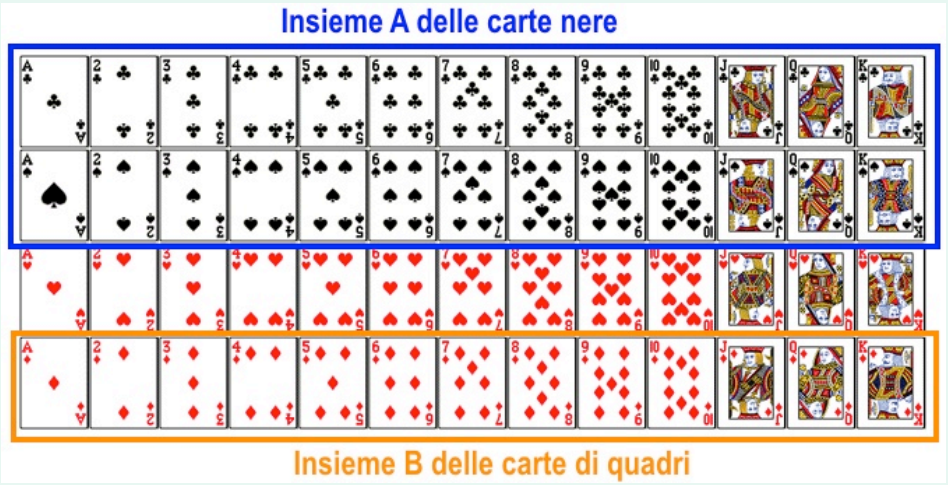
Probabilità totale di due eventi A, B

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Esempi

A: estraggo carta nera **B: estraggo carta di quadri** **C: estraggo una figura**

$$P(A) = \frac{26}{52} \qquad P(B) = \frac{13}{52} \qquad P(C) = \frac{12}{52}$$





EVENTI INCOMPATIBILI

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = \frac{26}{52} + \frac{13}{52}$$

EVENTI COMPATIBILI

$$P(A \cap C) = \frac{6}{52}$$

$$P(A \cup C) = \frac{26}{52} + \frac{12}{52} - \frac{6}{52}$$

Eventi complementari

Se punto su 'esce nero' alla roulette, perdo quando 'non esce nero'.
Come calcolo la probabilità di perdere?



I numeri che NON sono neri formano l'insieme $\bar{A}$ *complementare di A.*

Evento	Numero di alternative	Numero di casi favorevoli	Probabilità
A Esce un numero nero	37	18	$P(A) = \frac{18}{37}$
$\bar{A}$ Non esce un numero nero	37	19	$P(\bar{A}) = \frac{19}{37}$

Eventi complementari

A: esce un numero nero **$\bar{A}$: NON esce un numero nero**

Proprietà di eventi complementari

Alcune proprietà di questi due eventi complementari



Eventi complementari

A: esce un numero nero

$\bar{A}$: NON esce un numero nero

Proprietà espressa con una frase	Proprietà espressa con una formula
È impossibile che si verifichino contemporaneamente A e $\bar{A}$	$P(A \cap \bar{A}) = 0$
È certo che si verifica A o $\bar{A}$	$P(A \cup \bar{A}) = 1$

$$P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A})$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$\Updownarrow$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

La probabilità di due eventi complementari

Il procedimento si può ripetere per risolvere tutti i problemi descritti qui sotto.

Dato un evento A

Evento	Probabilità
A	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

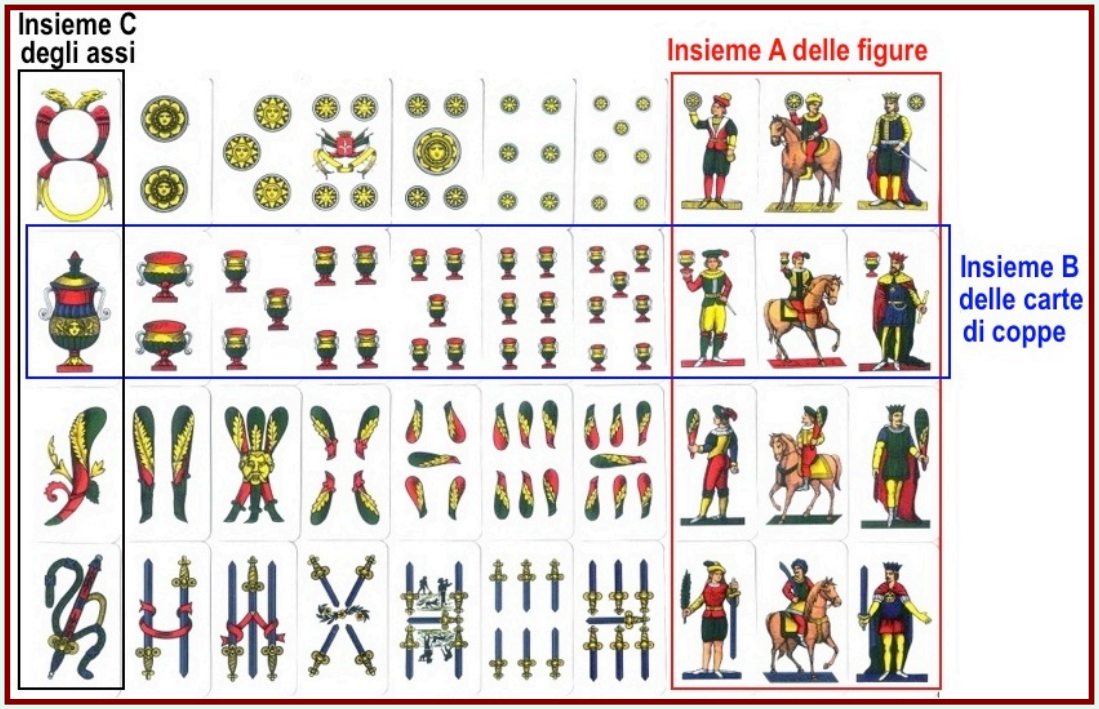
Valuto la probabilità dell'evento complementare $\bar{A}$

Attività

Completa la scheda di lavoro per riflettere su quello che hai imparato

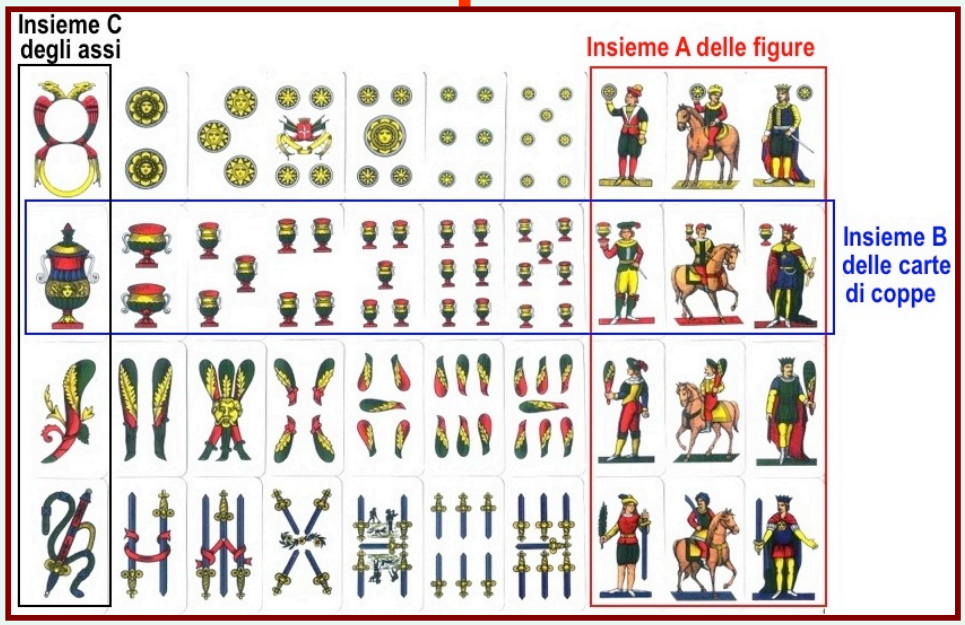
Riflessioni sulle risposte date

Quesito 1



Evento	Probabilità
A Estraggo una figura	$P(A)=\frac{12}{40}=\frac{3}{10}=0,3$
B Estraggo una carta di coppe	$P(B)=\frac{10}{40}=\frac{1}{4}=0,25$
C Estraggo un asso	$P(C)=\frac{4}{40}=\frac{1}{10}=0,1$
A∪B Estraggo una figura o una carta di coppe	$P(A\cup B)=\frac{12}{40}+\frac{10}{40}-\frac{3}{40}=\frac{19}{40}=0,475$
A∪C Estraggo una figura o un asso	$P(A\cup C)=\frac{12}{40}+\frac{4}{40}=\frac{16}{40}=0,4$

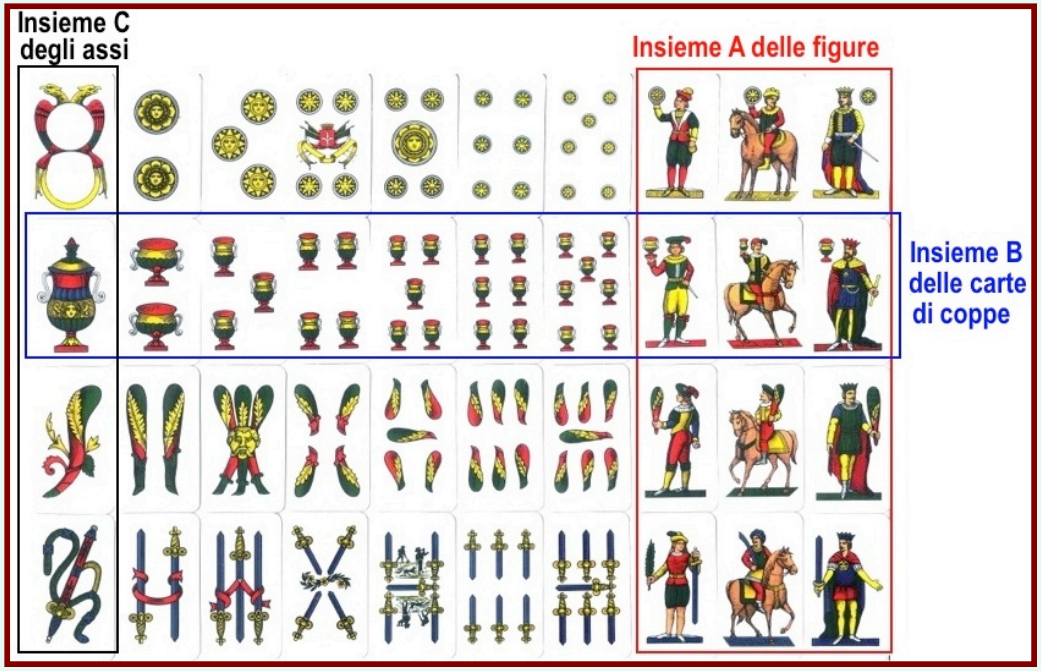
Quesito 1. Eventi compatibili o incompatibili?



Evento	Probabilità
A Estraggo una figura	$P(A)=\frac{12}{40}=\frac{3}{10}=0,3$
B Estraggo una carta di coppe	$P(B)=\frac{10}{40}=\frac{1}{4}=0,25$
C Estraggo un asso	$P(C)=\frac{4}{40}=\frac{1}{10}=0,1$
A∪B Estraggo una figura o una carta di coppe	$P(A\cup B)=\frac{12}{40}+\frac{10}{40}-\frac{3}{40}=\frac{19}{40}=0,475$
A∪C Estraggo una figura o un asso	$P(A\cup C)=\frac{12}{40}+\frac{4}{40}=\frac{16}{40}=0,4$

- Gli eventi A, B sono compatibili? **Sì** No
- Gli eventi A, C sono compatibili? Sì **No**

Quesito 1. Eventi complementari



Evento	Probabilità	Evento complementare	Probabilità del complementare
A Estraggo una figura	$P(A)=\frac{3}{10}=0,3$	$\overline{A}$ **Non** estraggo una figura	$P(\overline{A})=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}=0,7$
B Estraggo una carta di coppe	$P(B)=\frac{1}{4}=0,25$	$\overline{B}$ **Non** estraggo una carta di coppe	$P(\overline{B})=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}=0,75$
C Estraggo un asso	$P(C)=\frac{1}{10}=0,1$	$\overline{C}$ **Non** estraggo un asso	$P(\overline{C})=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}=0,9$

Quesito 2.Eventi complementari sulla tombola

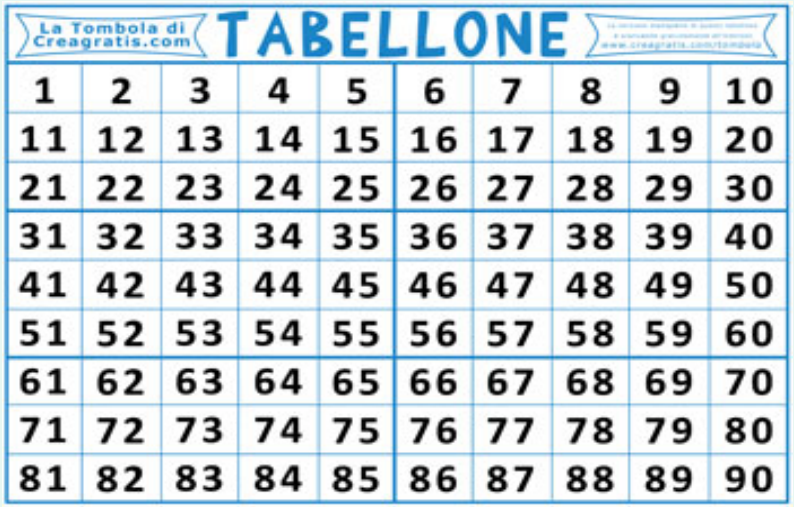
Estrai uno dei 90 numeri della tombola; valuta la probabilità dei seguenti eventi:

A: esce un numero pari $\bar{A}$: Non esce un numero pari

B. Esce un numero dispari.

Domanda:

$\bar{A}$ e B hanno la stessa probabilità? Sì No



TOMBOLA

90 numeri: 45 pari e 45 dispari

Tombola	
Evento	**Probabilità**
A. Esce pari	$P(A)=\frac{45}{90}=\frac{1}{2}=0,5$
$\bar{A}$. Non esce pari	$P(\bar{A})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}=0,5$
B. Esce dispari	$P(B)=\frac{45}{90}=\frac{1}{2}=0,5$

$\bar{A}$ e B hanno la stessa probabilità.

Quesito 3. Eventi complementari sulla roulette

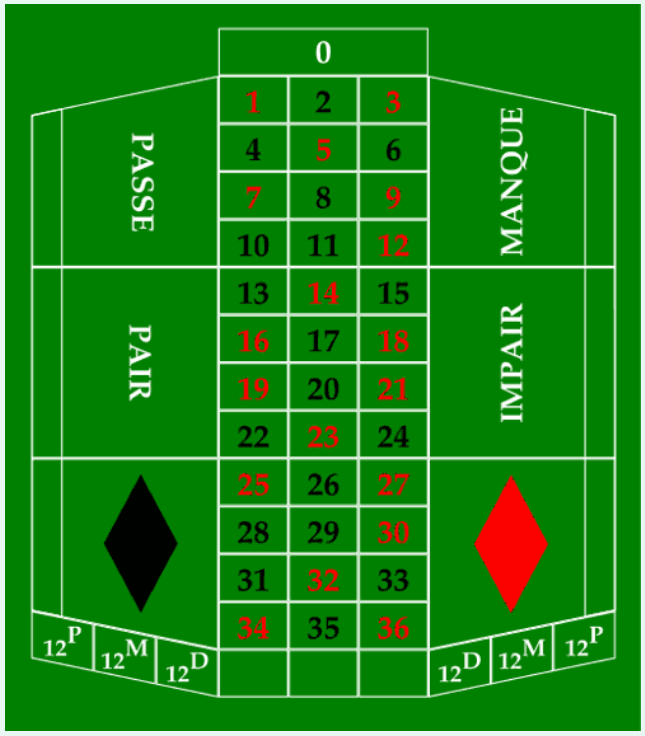
Giochi alla roulette; valuta la probabilità dei seguenti eventi:

E: esce un numero pari $\bar{E}$. Non esce un numero pari

D. Esce un numero dispari.

Domanda:

$\bar{E}$ e D hanno la stessa probabilità? Sì No.



ROULETTE

37 numeri: 18 pari, 18 dispari
e 0 che è favorevole al Casinò

Roulette	
Evento	**Probabilità**
E. Esce pari	$P(E)=\frac{18}{37}\cong 0{,}486$
$\bar{E}$. Non esce pari	$P(\bar{E})=1-\frac{18}{37}=\frac{19}{37}\cong 0{,}514$
D. Esce dispari	$P(D)=\frac{18}{37}\cong 0{,}486$

$\bar{E}$ e D non hanno la stessa probabilità

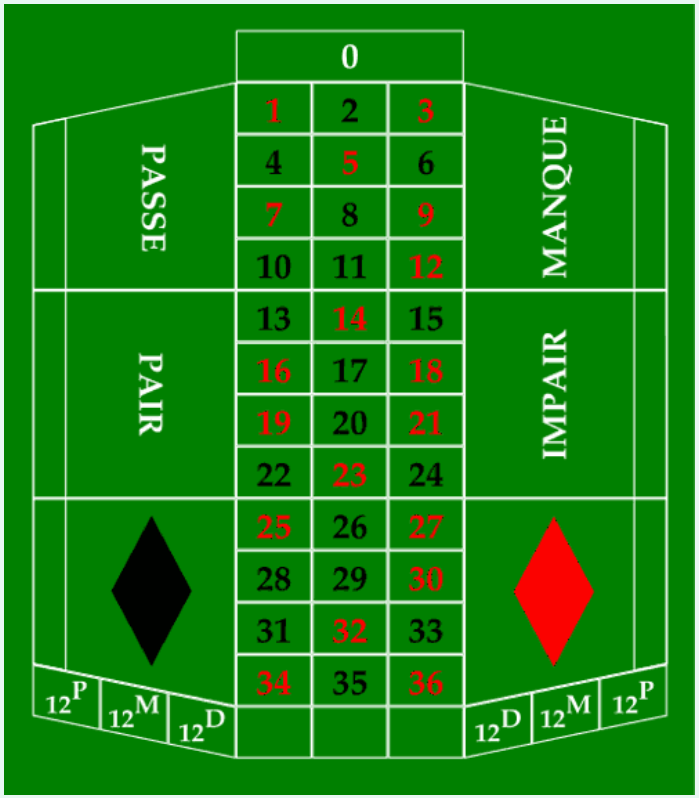
Eventi complementari su tombola e roulette

La Tombola di Creagratis.com — TABELLONE

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90

TOMBOLA

90 numeri: 45 pari e 45 dispari



ROULETTE

37 numeri: 18 pari, 18 dispari
e 0 che è favorevole al Casinò

Tombola		Roulette	
Evento	**Probabilità**	**Evento**	**Probabilità**
A. Esce pari	$P(A)=\frac{45}{90}=\frac{1}{2}=0,5$	E. Esce pari	$P(E)=\frac{18}{37}\cong 0,486$
$\bar{A}$. Non esce pari	$P(\bar{A})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}=0,5$	$\bar{E}$. Non esce pari	$P(\bar{E})=1-\frac{18}{37}=\frac{19}{37}\cong 0,514$
B. Esce dispari	$P(B)=\frac{45}{90}=\frac{1}{2}=0,5$	D. Esce dispari	$P(D)=\frac{18}{37}\cong 0,486$

$\bar{A}$ e B hanno la stessa probabilità.
$\bar{E}$ e D non hanno la stessa probabilità