

Dalla realtà al logaritmo

Un problema scientifico da esplorare con 'occhio matematico'

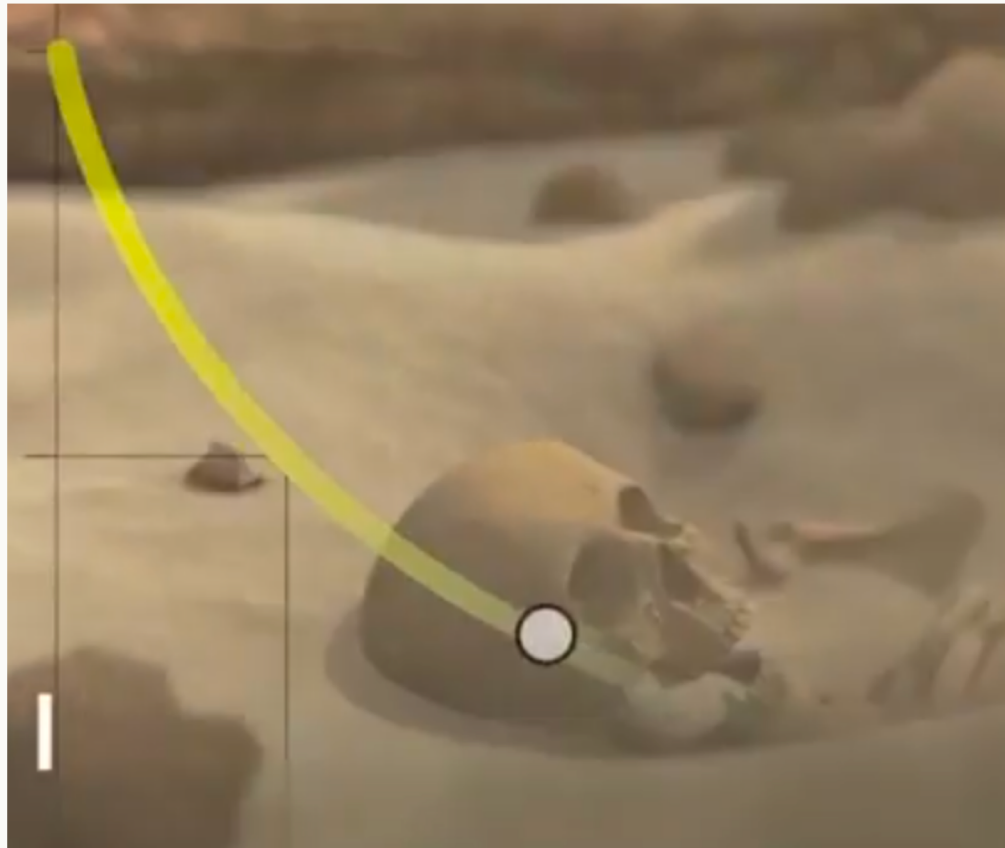
***La datazione dei fossili con il
radiocarbonio, presentata nel
video seguente.***

Datazione con il radiocarbonio



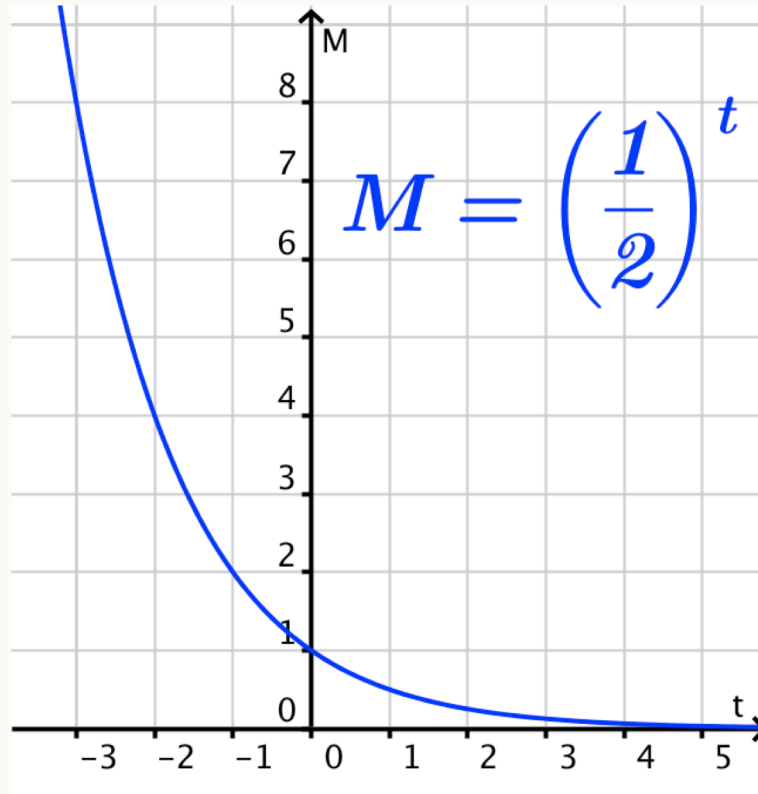
Grafico di una legge matematica

Il video mostra un grafico che illustra il decadimento radioattivo.



Una legge esponenziale

Il grafico rappresenta una legge esponenziale



**Posso pensare al passato
come 'tempo negativo'**

Risolvere problemi sul decadimento radioattivo

Ecco due problemi da risolvere con la legge:

$$M = \left(\frac{1}{2}\right)^t$$



In una conchiglia viva trovo 1mg di C_{14} :

Previsione	Datazione
Oggi muore la conchiglia. Quanto C_{14} si troverà nel fossile fra 18 000 anni? È dato $t = x$. Calcolo $M = y$.	Oggi trovo la stessa conchiglia fossile, con 0,3 mg di C_{14} . Da quanto tempo è morta? È data $M = x$. Calcolo $t = y$.

Risolvere problemi sul decadimento radioattivo

Ecco due problemi da risolvere con la legge:

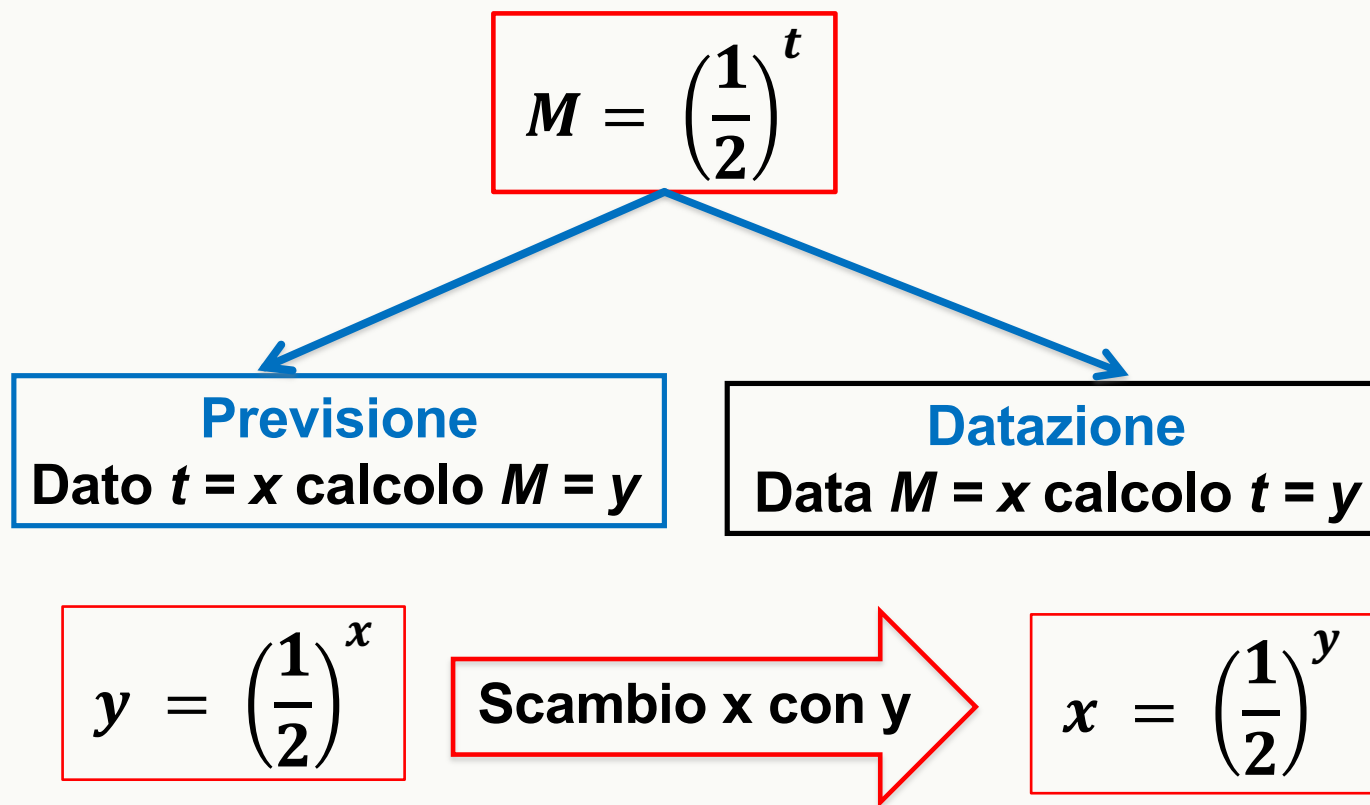
$$M = \left(\frac{1}{2}\right)^t$$



In una conchiglia viva trovo 1mg di C_{14} :

Previsione	Datazione
Oggi muore la conchiglia. Quanto C_{14} si troverà nel fossile fra 18 000 anni? È dato $t = x$. Calcolo $M = y$.	Oggi trovo la stessa conchiglia fossile, con 0,3 mg di C_{14} . Da quanto tempo è morta? È data $M = x$. Calcolo $t = y$.

Problemi sul decadimento del C14



Il logaritmo

Come posso descrivere y dato dalla formula

$$x = \left(\frac{1}{2}\right)^y$$

Con **esponente** e **potenza**:
 y è l'esponente da dare alla base $\frac{1}{2}$ per ottenere come potenza x

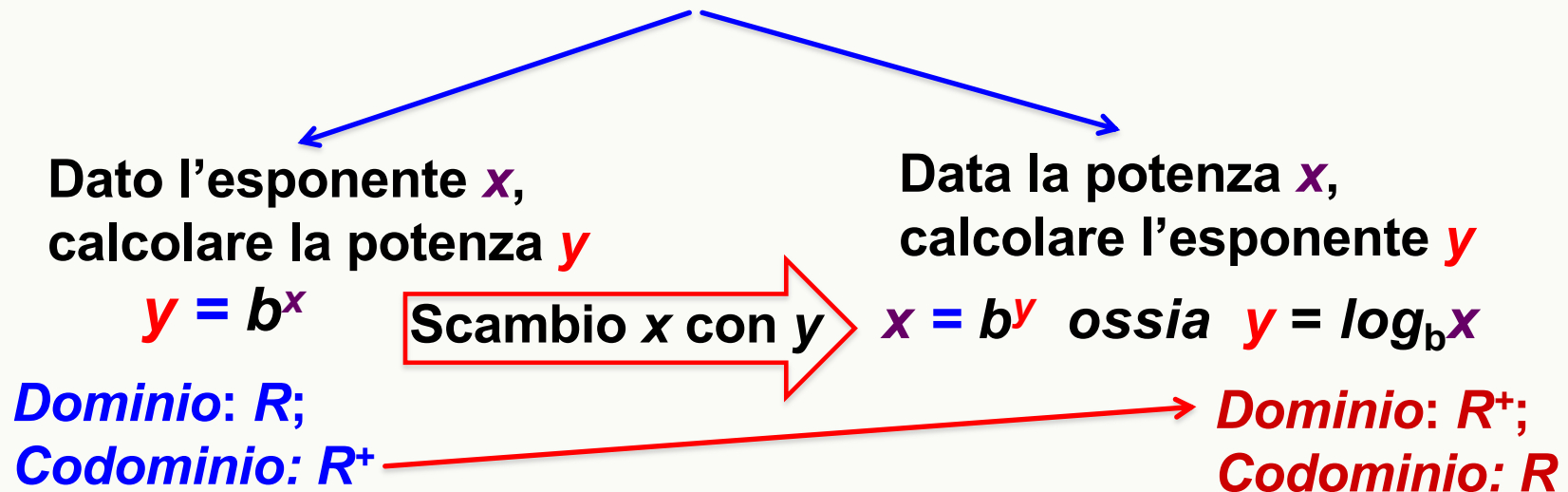
Con il **logaritmo** introdotto in
Europa durante il 1600:
 *y è il **logaritmo** in base $\frac{1}{2}$ di x .*

Riassumo le frasi con il simbolo

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

La funzione logaritmica

Molti altri fenomeni conducono a considerare due tipi di problemi legati ad una legge esponenziale



Spesso trovi la sola formula

$$y = \log_b x$$

dove sono sottintesi dominio e codominio.

Linguaggio e simboli

$$y = \log_b x \Leftrightarrow x = b^y$$

potenza x

esponente y

logaritmo y

argomento x

$$x = b^y$$

$$y = \log_b x$$

base b

x è uguale a
 b elevato ad y

y è uguale al *logaritmo*
in b di x

y è l'*esponente* da
dare alla b per
ottenere la *potenza* x

y è il *logaritmo*
in b
dell'*argomento* x

Un'osservazione importante

Il simbolo ' $\log_b x$ ' è una sigla (come SIM) ed è abbreviazione di '*logaritmo in base b di x*'.

Perciò **non ci sono moltiplicazioni sottintese** fra $\log$, b ed x , come invece siamo abituati a vedere nel calcolo letterale.

No moltiplicazione sottintesa

$\log_a x$

$\log_4 8$

Sì moltiplicazione sottintesa

abx^n

$2ka^x$

Grafico della funzione logaritmica

Attenzione alla base b della funzione logaritmica

La funzione logaritmica ha un particolare
andamento legato anche scelta della base b .

No $b \leq 0$

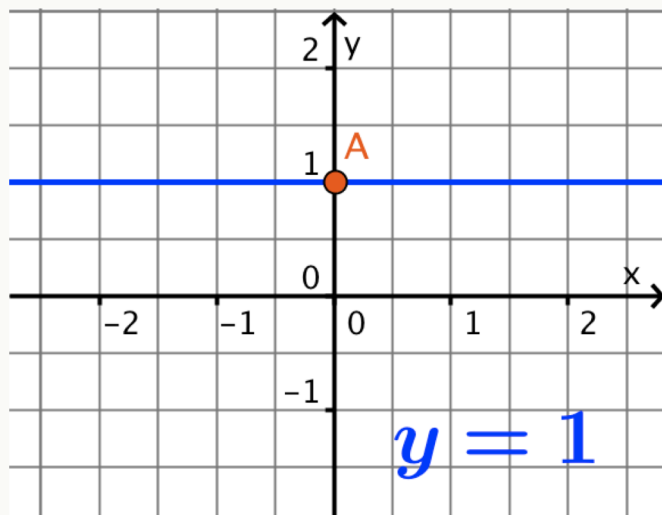
come già sappiamo per la legge
esponenziale

Attenzione alla base b della funzione logaritmica

Che cosa succede se scelgo $b = 1$?

ESPONENZIALE

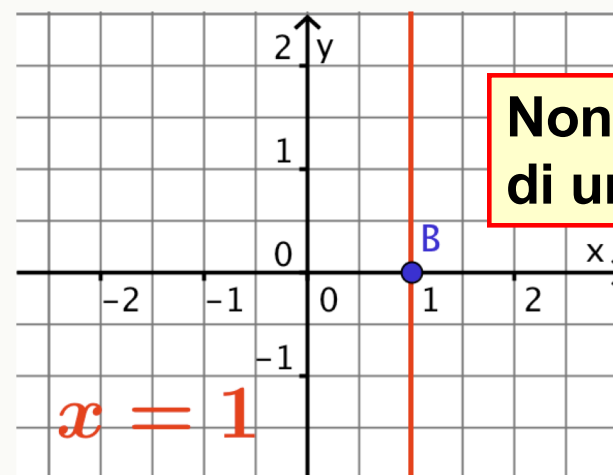
$$y = 1^x \quad \text{ossia} \quad y = 1$$



Non è una curva esponenziale

LOGARITMO

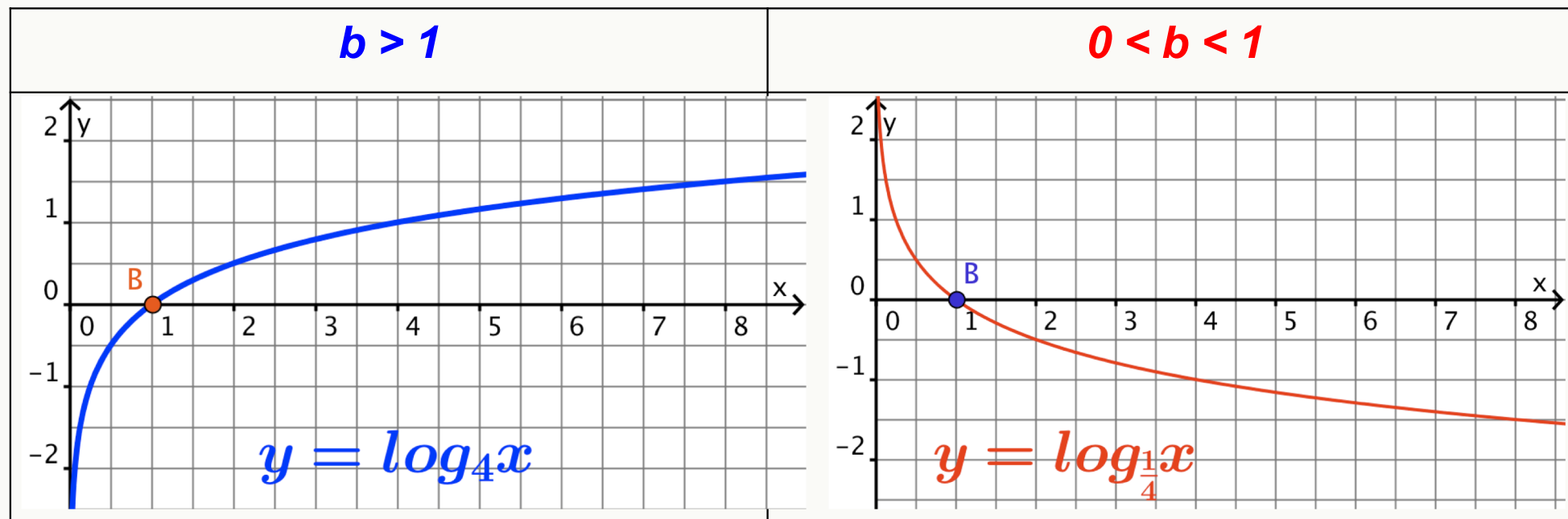
$$x = 1^y \quad \text{ossia} \quad x = 1$$



Non è il grafico
di una funzione

Non si può scegliere 1
come base di un logaritmo

Grafici della funzione logaritmica



Tutte le funzioni hanno come dominio
l'insieme R^+ dei numeri reali positivi

Tutte le curve passano per $B(1; 0)$

Primi calcoli con i logaritmi

Calcolare logaritmi con carta e penna

In quali casi posso calcolare il logaritmo di un numero positivo con carta e penna?

Calcolare il logaritmo con carta e penna

La definizione di logaritmo suggerisce il procedimento

$$\log_4 x = \boxed{y} \Leftrightarrow x = 4^{\boxed{y}}$$

Calcolo subito il logaritmo y solo se il suo argomento x è una potenza della base 4 ad esponente razionale.

$$\log_4 8 = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 8 = (\sqrt{4})^3 = 4^{\frac{3}{2}}$$

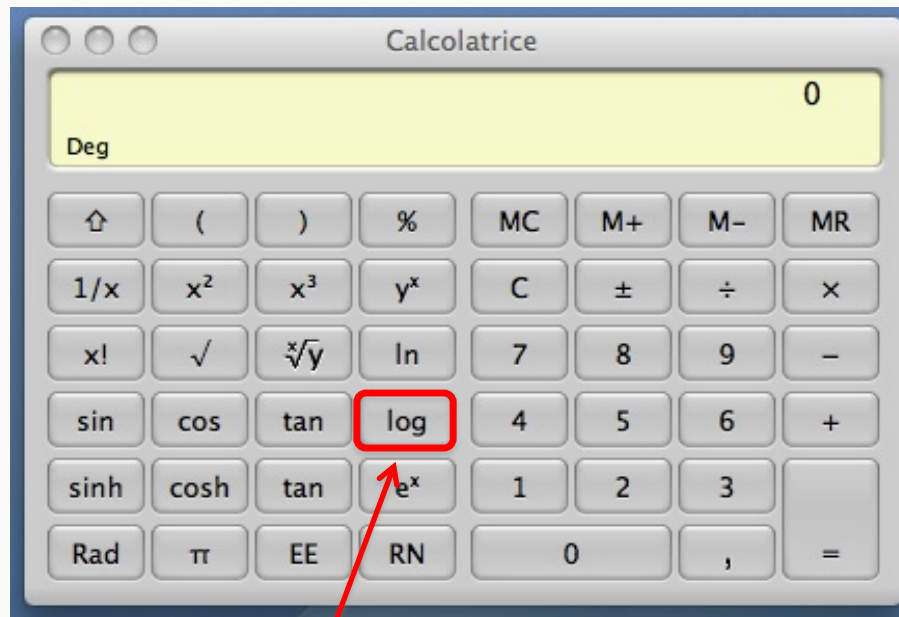
Esempi:

$$\log_4 \left(\frac{1}{4} \right) = -1 \Leftrightarrow \frac{1}{4} = 4^{-1}$$

La stessa risposta vale qualunque sia la base b (razionale positiva e diversa da 1) che si sceglie per il logaritmo.

E in tutti gli altri casi come si calcolano i logaritmi?

Immediata risposta: con una calcolatrice



Con questo tasto si dovrebbero calcolare i logaritmi; ma in quale base? **Solo la base 10.**

Difficoltà nell'uso della calcolatrice



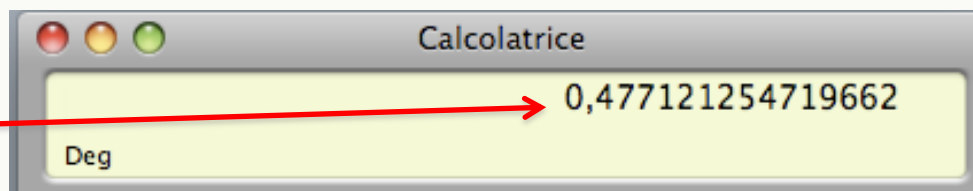
1. Non si calcolano i logaritmi in qualunque base: con il tasto **'log'** calcolo solo i logaritmi in base 10.
2. Quando il logaritmo non ha un numero finito di cifre, se ne ottiene un valore approssimato.

Il primo problema si risolve con le 'Proprietà dei logaritmi', che vedremo fra poco.

Ma il secondo problema rimane e conduce a richiamare il linguaggio delle approssimazioni.

Simboli e linguaggio delle approssimazioni

log3 dato da
calcolatrice



È un **risultato approssimato** scritto con 15 cifre decimali (dopo la virgola).
Per gli abituali lavori scolastici **bastano 2 cifre decimali**. Perciò si **arrotonda** il numero e si scrive:

$$\log 3 \approx 0,48$$

«circa uguale»

Simboli e linguaggio delle approssimazioni



Il risultato arrotondato con due cifre decimali si scrive

$$\log 145 \approx 2,16$$

Attività. Scheda di lavoro

**Completa la scheda di lavoro
per consolidare i temi proposti
dalla presentazione.**