

Il numero e

La capitalizzazione composta

Per risolvere gli esercizi da 1 a ricorda che, se investi un capitale A ad un tasso annuo d'interesse r , dopo n anni hai un capitale C (detto anche montante), dato da

$$C_n = A(1 + r)^n.$$

Determina il capitale C_n , che ottieni in regime di capitalizzazione composta, con le condizioni indicate negli esercizi dall'1 al 3.

1. $A = 1$ milione, $r = 12\%$, $n = 4$ anni, $n = 8$ anni, $n = 16$ anni, $n = 32$.
Nelle situazioni esaminate, qual è la legge che lega C_n ad n ?
Se raddoppia il numero di anni n , raddoppia anche il capitale C_n ?
2. $n = 10$ anni, $r = 10\%$, $A = 4$ milioni $A = 8$ milioni $A = 16$ milioni $A = 32$ milioni.
Nelle situazioni esaminate, qual è la legge che lega C_n ad n ?
Se raddoppia il capitale A , raddoppia anche il capitale C_n ?
3. $A = 1$ milione $n = 3$ anni, $r = 5\%$, $r = 10\%$, $r = 20\%$, $r = 40\%$, $r = 80\%$.
Nelle situazioni esaminate, qual è la legge che lega C_n ad n ?
Se raddoppia il tasso annuo di interesse r , raddoppia anche il capitale C_n ?
4. Scrivi la legge che lega il montante C_n al numero di anni n , se è fisso $A = 1$ milione, ma r assume i valori seguenti: $r = 5\%$, $r = 10\%$, $r = 20\%$, $r = 40\%$, $r = 80\%$, $r = 100\%$.
5. Rifletti sullo svolgimento degli esercizi 1, 2, 3 e 4 per decidere se sono esatte le affermazioni seguenti e motiva la tua scelta.
 - a. in regime di capitalizzazione composta il montante C_n è proporzionale al numero n di anni.
 - b. in regime di capitalizzazione composta il montante C_n è proporzionale al capitale iniziale A .
 - c. in regime di capitalizzazione composta il montante C_n è proporzionale al tasso annuo r d'interesse.
 - d. in regime di capitalizzazione composta il montante C_n è proporzionale al capitale iniziale A ed aumenta con legge esponenziale al crescere del numero n di anni.
6. Quanto tempo occorre per ottenere un montante $C_n = 1$ miliardo, se impieghi un capitale iniziale $A = 1000$ a un tasso d'interesse annuo $r = 11\%$?
7. Determina il numero n di anni necessario a triplicare il capitale iniziale, in un regime di capitalizzazione composta, a partire dai seguenti valori del tasso annuo d'interesse r :
 1% , 10% , 20% , 30% .
8. Determina il numero n di anni necessari per avere un montante di 10 milioni, se depositi 3 milioni ai seguenti tassi d'interesse r : 8% , 10% , 13% , 20% .
9. Determina il numero n di anni necessari per aggiungere 10 milioni ad un capitale iniziale $A = 4$ milioni ai seguenti tassi d'interesse r : 8% , 10% , 12% .
10. Scrivi la formula che permette di calcolare il numero n di anni necessari per ottenere un montante C_n , a partire da un capitale iniziale A , impiegato ad un tasso annuo d'interesse r .

11. Quale capitale A si deve impiegare ad un tasso d'interesse annuo del 12% per avere un montante $C_5 = 20$ milioni, dopo 5 anni?
12. Il problema precedente suggerisce il concetto di *valore attuale*, che si introduce per tenere conto del fatto che una certa somma di denaro A disponibile in futuro vale meno della stessa somma disponibile immediatamente, dato che si perdono tutti gli interessi derivanti da un'eventuale investimento di A .
Ora sai che, in un regime di capitalizzazione composta con un interesse r , la somma A produce, dopo n anni, un montante C_n , dato da:
- $$C_n = A(1 + r)^n$$
- perciò possedere un capitale A oggi è come possedere un capitale C_n fra n anni, ossia A è il *valore attuale* del capitale C_n , disponibile dopo n anni.
Scrivi la legge che permette di ricavare A , conoscendo C_n, r, n .
13. Stabilisci il tasso annuo d'interesse r , che soddisfa le condizioni seguenti:
- permette di raddoppiare il capitale iniziale in 5 anni,
 - permette di triplicare il capitale iniziale in 10 anni,
 - permette di avere dopo 4 anni un montante di 20 milioni, con un capitale iniziale di 9 milioni.
14. Scrivi la formula per calcolare il tasso annuo d'interesse r , necessario per ottenere, dopo n anni, un montante C_n con un capitale iniziale A .
15. Devi scegliere il modo di impiegare una somma di denaro $A = 1$ milione e devi scegliere fra due alternative:
- regime di capitalizzazione composta con i seguenti tassi annui d'interesse: $r = 8\%$ per i primi due anni, $r = 10\%$ per i successivi cinque anni, $r = 15\%$ per gli ultimi tre anni;
 - regime di capitalizzazione composta con $r = 12\%$.
- Calcola il montante C che si ottiene dopo 10 anni nei due casi.
Qual è l'interesse fisso annuo necessario per ottenere, dopo 10 anni, lo stesso montante C che ottieni nel primo caso?

Il numero e

16. Usa la calcolatrice per completare la seguente tabella con tutte le cifre che la calcolatrice mostra.
Per la prima riga della tabella ho usato una calcolatrice che mostra 9 cifre dopo la virgola.

n	$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$	$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n - e$
1000	2,716923932	-0.001357896
10^4		
10^5		