Funzioni inverse e radici

Attività

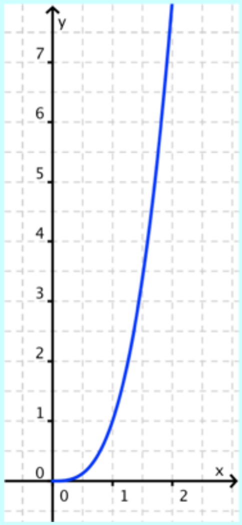
Completa la scheda di lavoro per rivedere e approfondire quello che già sai.

Due punti fondamentali del tuo lavoro

- **Problemi sul volume del cubo affrontati molte volte nella storia dell’umanità.**
- **Linguaggio e simboli matematici per organizzare la risoluzione di problemi**

Rivediamo e ampliamo alcune tappe significative di questo percorso

Problemi sul volume V del cubo

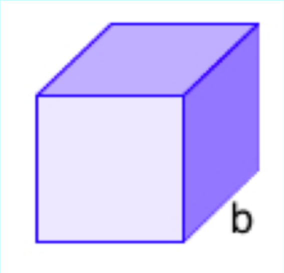


Entra $b = x$ ed esce $V = y$

$$y = x^3$$

Entra $V = x$ ed esce $b = y$

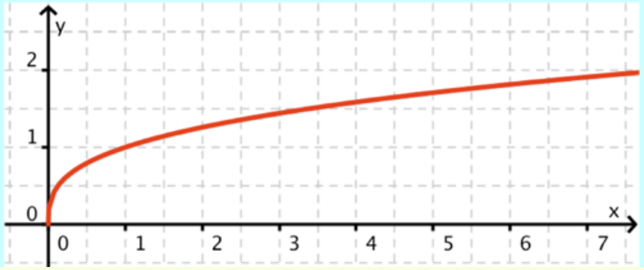
$$x = y^3$$



$$V = b^3$$

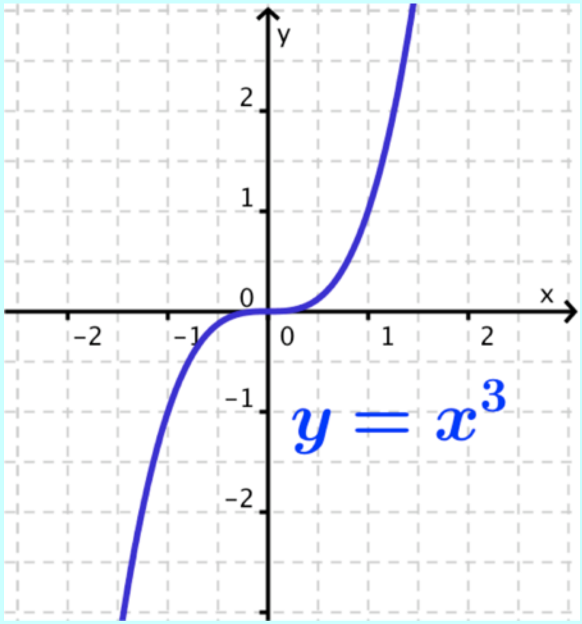
Si esplicita y con un simbolo diffuso in Europa a partire dalla fine del 1400.

$$\boxed{y = \sqrt[3]{x}}$$

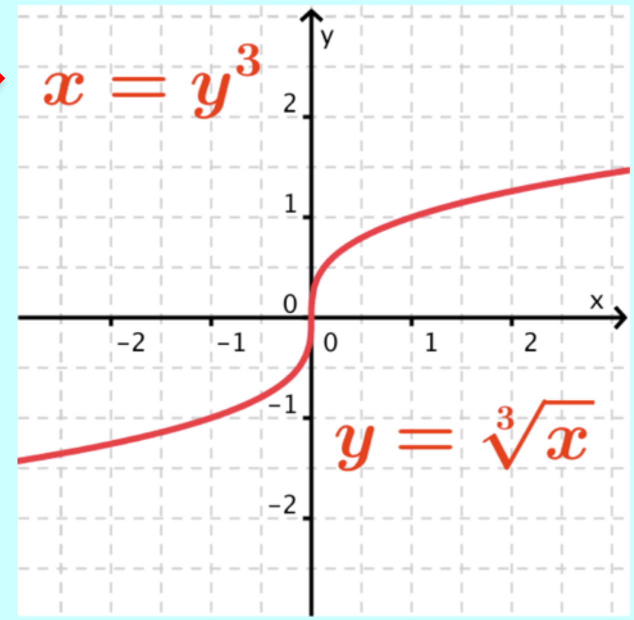


Dal problema geometrico lato *b* e volume *V* positivi

Dal cubo alla geometria analitica



Scambio *x* con *y*



Dominio sottinteso:
insieme *R* dei numeri reali

Dominio sottinteso:
insieme *R* dei numeri reali

Simboli e linguaggio

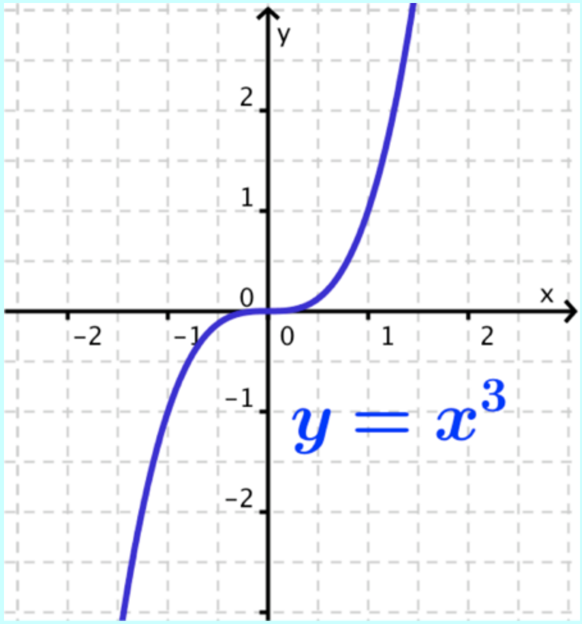
$\sqrt[3]{-8}$ indica il numero che, elevato al cubo, dà come potenza -8.

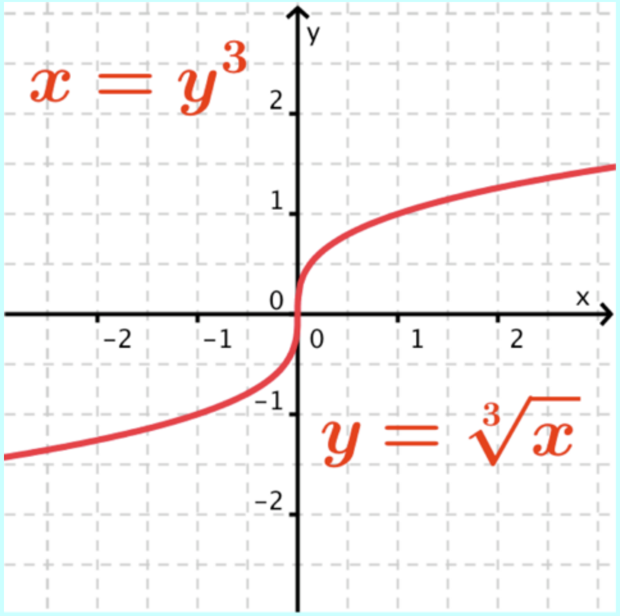
Da $x^3 = -8$ si ricava $x = \sqrt[3]{-8}$

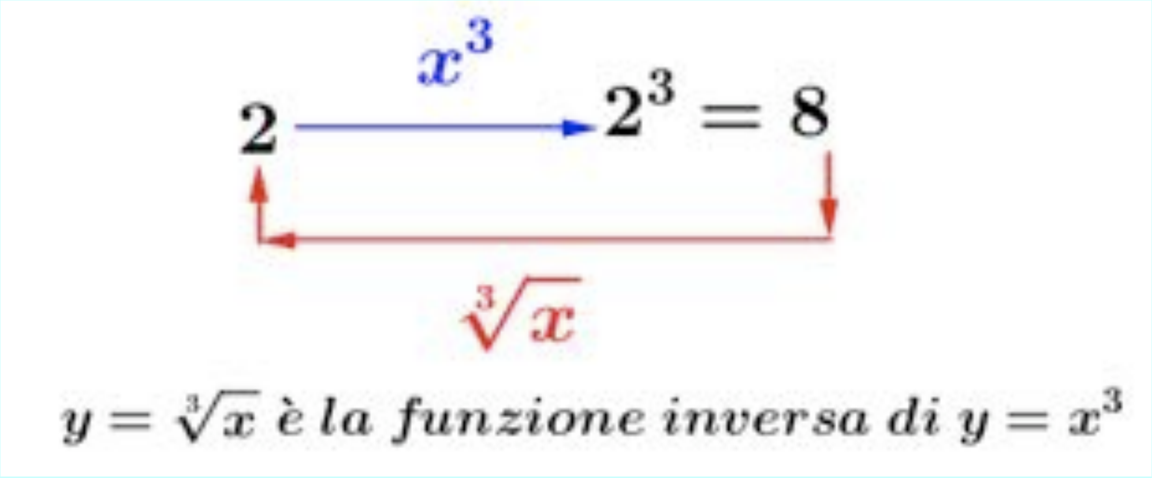
Si scrive anche $\sqrt[3]{-8} = -2$

Daniela Valenti, 2020

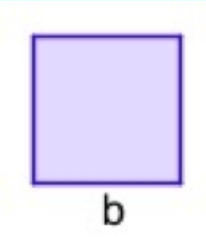
Dal cubo alla funzione inversa







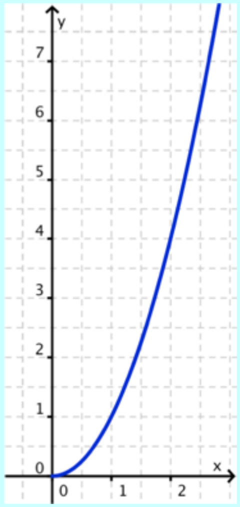
Riprendo i problemi sull’area S del quadrato



$S = b^2$

Entra $b = x$ ed esce $S = y$

$y = x^2$

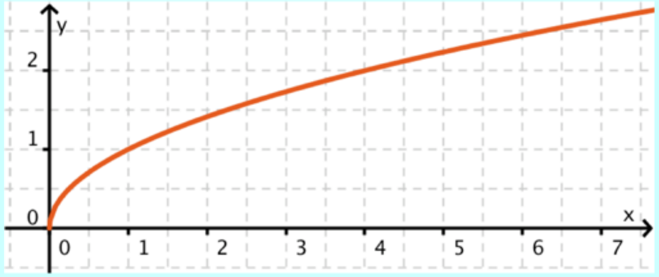


Entra $S = x$ ed esce $b = y$

$x = y^2$

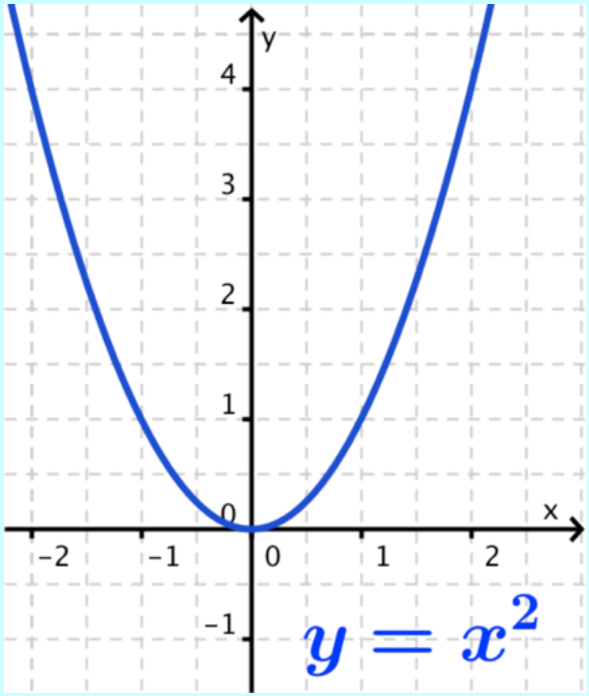
Si esplicita y con un simbolo diffuso in Europa a partire dalla fine del 1400.

$$y = \sqrt{x}$$

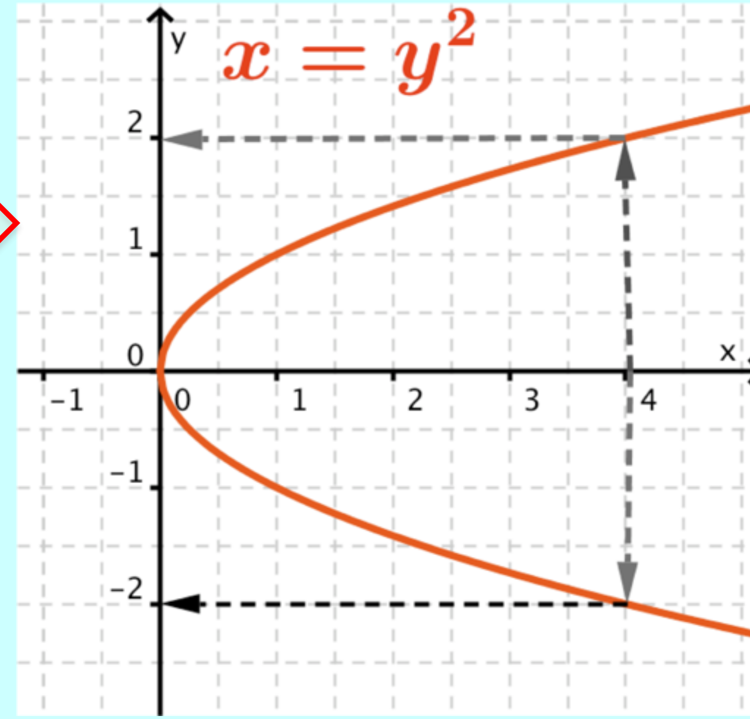


Dal problema geometrico lato b e area S positivi

Dal quadrato alla geometria analitica



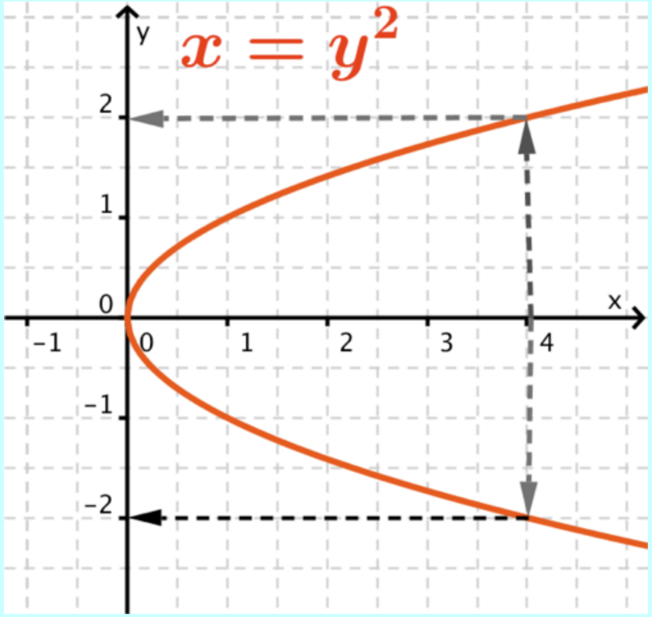
Scambio *x* con *y*



Dominio sottinteso:
insieme *R* dei numeri reali

Non è il grafico di una sola funzione!

Dal quadrato alla radice quadrata



Non è il grafico di una funzione!

Problema storico

Già gli antichi babilonesi calcolano radici quadrate, ma solo durante il 1600 i matematici europei lavorano stabilmente con i numeri negativi.

Come accordare le 'vecchie' radici quadrate con i 'nuovi' numeri negativi?

Daniela Valenti, 2020

Dal quadrato alla radice quadrata

Qual è la radice quadrata di 4?

2 $\quad -2 \quad \pm 2$ **??**

Sui libri ho trovato diverse formule:

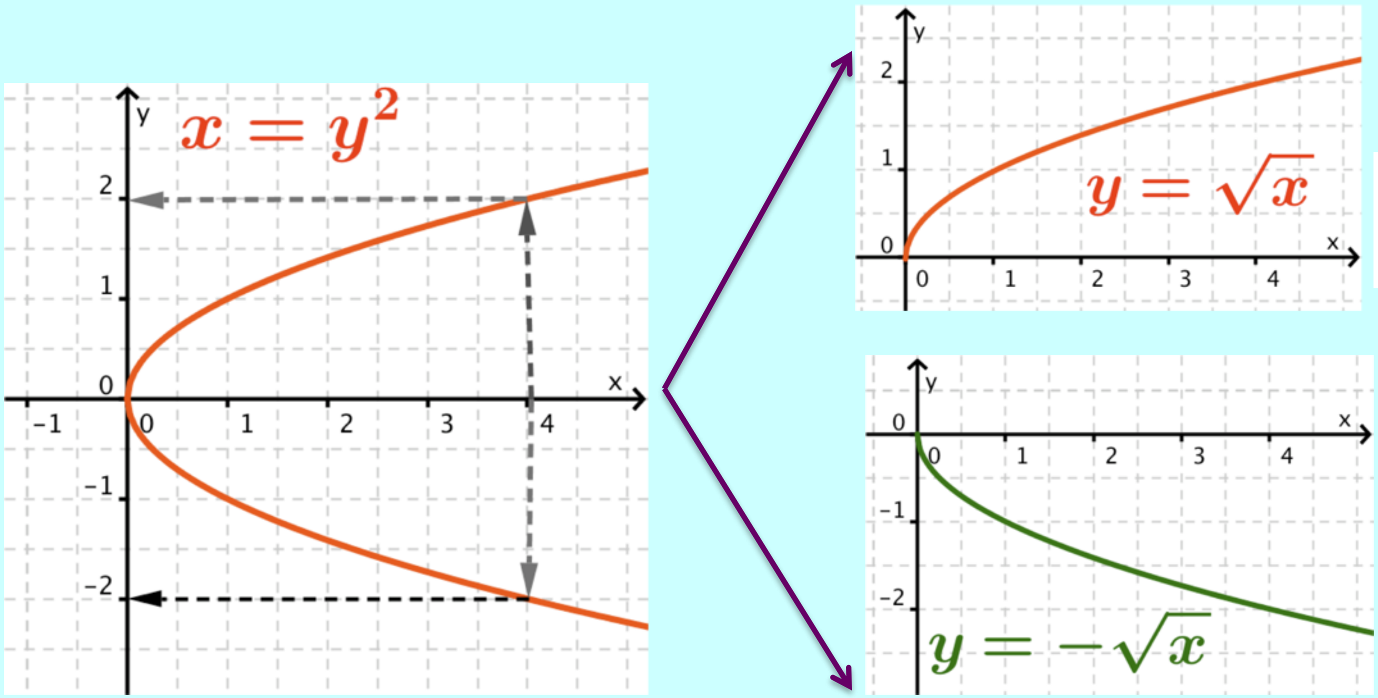
$$\sqrt{4} = \pm 2 \qquad \sqrt{4} = 2 \qquad \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

Queste formule sono tutte coerenti con la definizione di funzione condivisa oggi dalla comunità scientifica internazionale?

Daniela Valenti, 2020

Coerenza con la più recente definizione di funzione

Per descrivere la curva *d'equazione* $x = y^2$ occorrono due funzioni



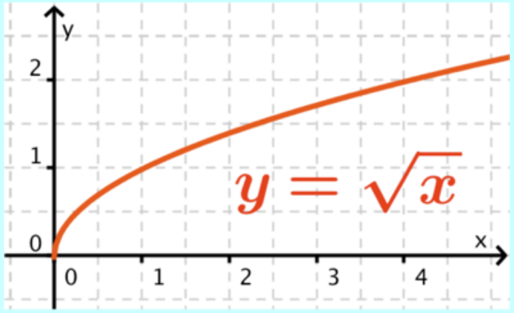
Dominio: insieme R^+
Codominio: insieme R^+

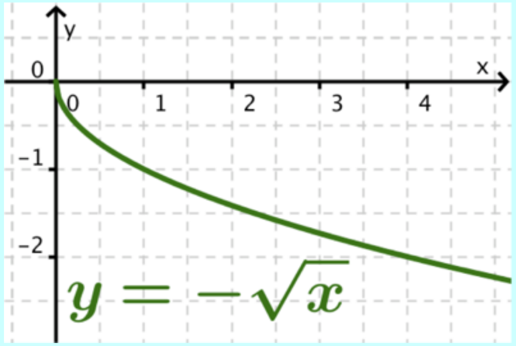
Dominio: insieme R^+;
Codominio: insieme R^-

Dominio e codominio indicati qui sopra sono sottintesi se ogni funzione è descritta dalla sola formula.

Daniela Valenti, 2020

Definizioni e simboli *coerenti* con la più recente definizione di funzione





La radice quadrata di 4 è il numero positivo che, elevato al quadrato, dà come potenza 4.

Se risolvo l'equazione $x^2 = 4$ ottengo due soluzioni:

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow \left\langle \begin{array}{l} x = \sqrt{4} = 2 \\ x = -\sqrt{4} = -2 \end{array} \right.$$

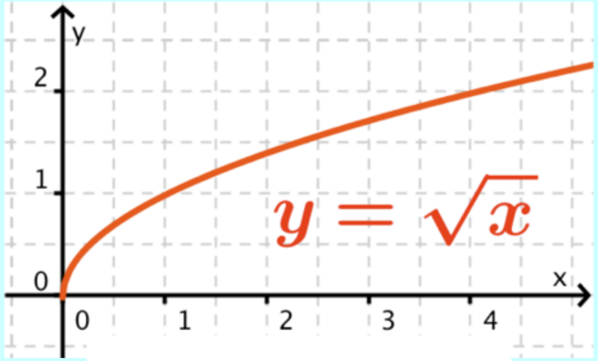
Scrivo

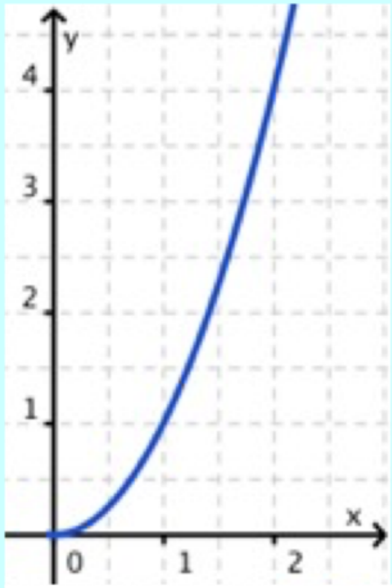
$\sqrt{4} = 2 \qquad -\sqrt{4} = -2 \qquad \pm\sqrt{4} = \pm 2$

NO $\sqrt{4} = \pm 2$

Daniela Valenti, 2020

Dal quadrato alla funzione inversa

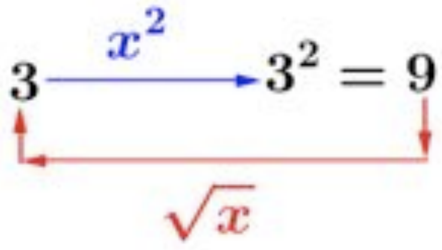




$$\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ Dominio: R^+ \\ Codominio: R^+ \end{cases}$$

È la funzione inversa di

$$\begin{cases} y = x^2 \\ Dominio: R^+ \\ Codominio: R^+ \end{cases}$$



Daniela Valenti, 2020

Attività

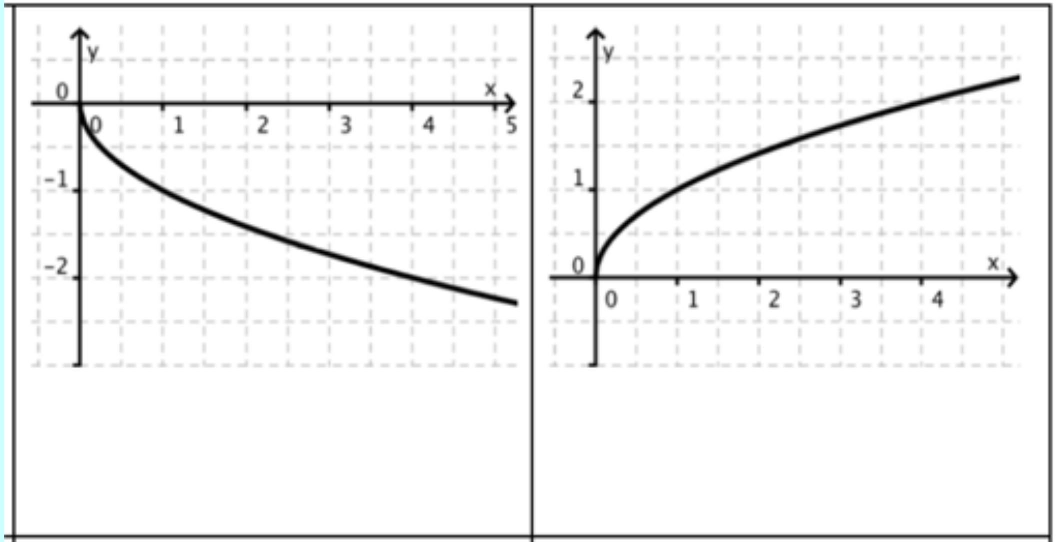
Completa la scheda di esercizi per consolidare quello che hai imparato

Riflessioni sugli esercizi

Descrivere funzioni

Il primo esercizio ricorda alcune funzioni che si possono descrivere in due modi:

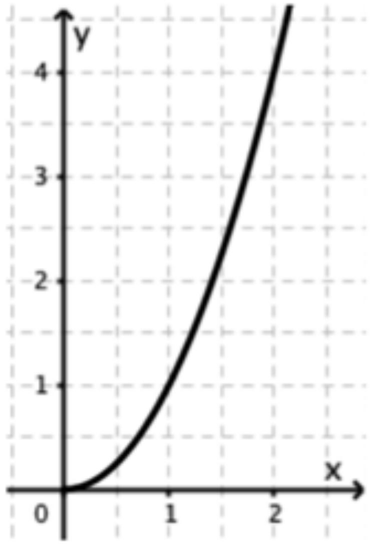
- **solo con una formula,**
- **con una formula accompagnata da dominio e codominio.**



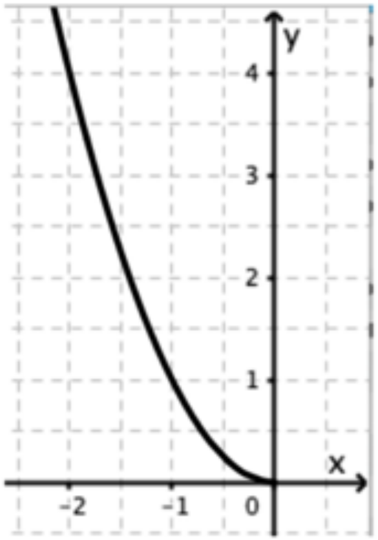
A. $y=-\sqrt{x}$	**B.** $y=\sqrt{x}$
E. $\begin{cases} y=-\sqrt{x} \\ Dominio: R^{+} \\ Codominio: R^{-} \end{cases}$	**D.** $\begin{cases} y=\sqrt{x} \\ Dominio: R^{+} \\ Codominio: R^{+} \end{cases}$

Descrivere funzioni

Ma nel primo esercizio hai trovato anche due funzioni che richiedono di esplicitare dominio e codominio.



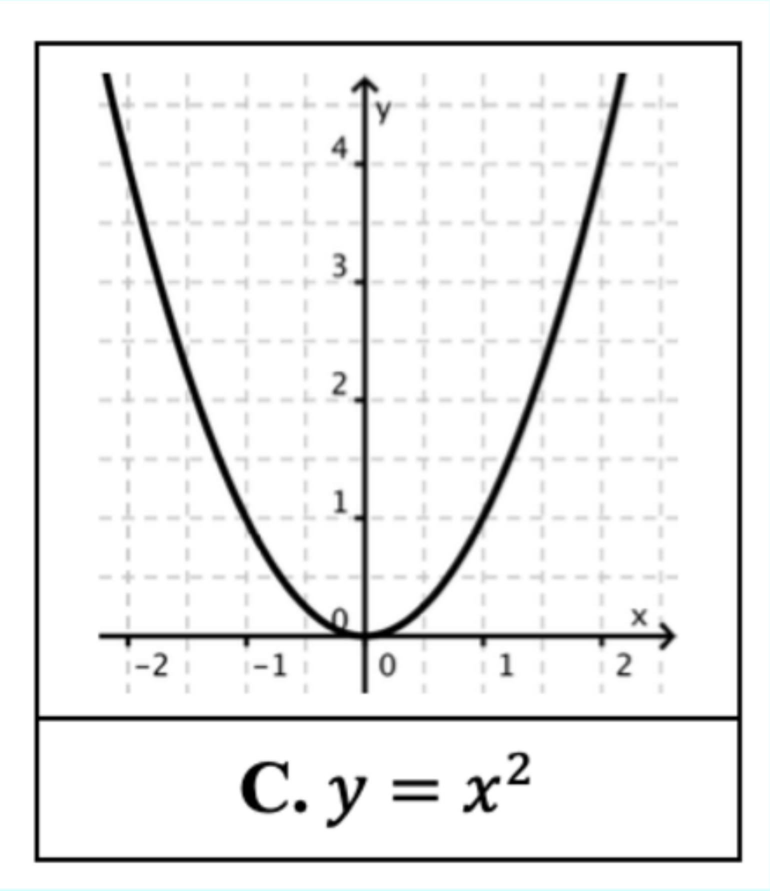
$$\mathbf{F.}\begin{cases} y = x^2 \\ Dominio: R^+ \\ Codominio: R^+ \end{cases}$$



$$\mathbf{G.}\begin{cases} y = x^2 \\ Dominio: R^- \\ Codominio: R^+ \end{cases}$$

Descrivere funzioni

Se scrivo solo la formula $y = x^2$ sottintendo come dominio l'insieme R dei reali.



Frasi e formule

Formule o frasi	Correzioni	Perché bisogna correggere?
$\sqrt{-9} = -3$	Non posso calcolare $\sqrt{-9}$	Ottengo $\sqrt{x}$ solo se $x \geq 0$ (grafico)
$-\sqrt{-9} = 3$	Non posso calcolare $-\sqrt{-9}$	Ottengo $-\sqrt{x}$ solo se $x \geq 0$ (grafico)
$\sqrt{9} = \pm 3$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{x}$ è ***solo il numero positivo***, che, elevato al quadrato, dà come potenza x
$\sqrt[3]{27} = \pm 3$	$\sqrt[3]{27} = 3$	$\sqrt[3]{x}$ ha lo stesso segno di x (grafico)
Non posso calcolare $\sqrt[3]{-27}$	$\sqrt[3]{-27} = -3$